

Ist Gott ein Computer?

Über Gödels Gottesbeweis.

In verschiedenen Presseartikeln wurde der sogenannte „Gödelsche Gottesweis“ vorgestellt. Gödel sollte die Existenz Gottes zweifelsfrei logisch bewiesen haben. Auch habe man mit Hilfe eines Computerprogramms die Richtigkeit des Gödelschen Beweises beweisen können. Aber was hat Gödel eigentlich bewiesen?

Als erstes wäre zu klären, was wir unter „Gott“ verstehen wollen: „Gott“ ist diejenige Schnittmenge, die die drei Weltreligionen (Christentum, Islam, Judentum) sowie der hinduistische „Advaita – Vedanta“ bezüglich ihres Gottesbegriffes gemeinsam haben. Hier wird unter Gott eine reine Einheit verstanden, über die, so sagt Anselm von Canterbury¹, nichts Größeres gedacht werden kann.

Logische Gottesbeweise gab es in der Vergangenheit einige z.B. auch den „ontologischen Gottesbeweis“ des eben zitierten Anselm. Sie alle wurden widerlegt, scheinbar bis auf einen, den modernen „Gottesbeweis“ Gödels². Nun hat Gödel vielleicht gar nicht beabsichtigt die Existenz Gottes „an sich“ zu beweisen, war es unter Umständen eher der Versuch Kants zentrales Argument gegen diese Art von Gottesbeweisen („Sein ist kein reales Prädikat“) mit den Mitteln der modalen Logik zu unterlaufen?

Was ist Logik? Logik ist die universelle und fundamentale Einsicht in einen abstrakten Sachverhalt. „Universell“ bedeutet, dass kaum ein vernunftbegabter Mensch dieser Einsicht sinnvoll widersprechen könnte, und „fundamental“ bedeutet, dass diese Einsicht Basis für andere Überlegungen sein kann, aber selbst nicht durch anderes begründbar ist, es sei denn, es handelt sich um andere logische Sätze. Logik hat also einen axiomatischen Charakter. „Abstrakt“ bedeutet, dass die jeweilige Logik als solche frei ist von empirischen Inhalten (Das trifft natürlich nicht auf die angewandte Logik zu). Die Mathematik ist in diesem Sinne z.B. auch eine Form der Logik. Es gibt also nicht nur eine „Logik“, sondern viele verschiedene „Logiken“, Gödels Gottesbeweis basiert z.B. auf einer modalen Logik. Was aber hat alle Logik gemeinsam? Die Antwort findet sich in Anlehnung bei Aristoteles im vierten Buch seiner Metaphysik:

„Denn es ist unmöglich, dass dasselbe demselben in derselben Beziehung zugleich zukomme und nicht zukomme.“³

Jegliche Logik basiert darauf, dass der Beschreibung eines Sachverhalts in eindeutiger Weise ein Wahrheitswert zugewiesen wird, im Bereich der klassischen zweiwertigen Logik also wahr oder falsch. Daran ändern auch mehrwertige Logiken nichts, die mehr als nur „wahr“ und „falsch“ kennen. Gesetzt den Fall eine mehrwertige Logik beschreibt einen Sachverhalt als „weder wahr noch falsch“, so ist doch unbestreitbar, dass derselbe Sachverhalt von derselben Logik nicht zugleich als „eindeutig wahr“ bzw. „eindeutig falsch“ behauptet wird. Es wird also unterschieden, dass einem Sachverhalt etwas zukommt und etwas anderes ihm nicht zukommt. Wenn Gott aber als reine Einheit aufgefasst wird, ist diese Unterscheidung unmöglich, denn jede Logik funktioniert nur innerhalb einer Vielheit, in dem etwas etwas anderes zukommt oder eben nicht. Das ist im Falle Gottes aber per definitionem ausgeschlossen. Um diesen Sachverhalt zu verdeutlichen, stellen wir uns ein Universum vor, in dem es nur „Rot“ gibt. Könnten wir in diesem Universum irgendetwas erkennen? Nein, dazu bräuchten wir mindestens ein Zweites, das nicht rot ist⁴. Man mag nun einwenden, das sei Erkenntnistheorie und hätte mit Logik nichts zu tun. Dem ist dann nicht so,

1 Theologe, 1033 – 1109 n. Chr.

2 Kurt Friedrich Gödel, Mathematiker und Logiker, 1906 - 1978

3 Aristoteles: Metaphysik 1005b

4 Eigentlich haben wir es hier mit einer Dreierheit zu tun: Das Rote, das Nicht – Rote und das, was erkennt. Zur Vereinfachung lassen wir Letzteres weg.

wenn mit Hilfe der Logik tatsächlich etwas außerhalb ihrer selbst bewiesen werden soll.

Das Wesentliche an einer Aussage ist nicht nur, dass etwas über etwas ausgesagt wird, also dass einer Sache etwas zukommt oder nicht zukommt (Negation), sondern auch, dass das Zukommende sich unterscheidet von anderem, zu dem es in Relation steht. Ein Beispiel soll dies verdeutlichen: Die Aussage „Gold ist ein gelbes Metall“ impliziert als analytisches Urteil die Abwesenheit (Negation) von anderen Farben, während das synthetische Urteil „Gold ist ein schweres Metall“ Relationen zu anderen Metallen bezüglich ihres spezifischen Gewichts herstellt und so eine negative Relation zu leichten Metallen impliziert. Die Aussage „Gold ist Gold“ stellt keine Relation zu etwas Anderem her, diese Aussage ist weder ein synthetisches noch ein analytisches Urteil, hier wird von Gold „nichts“ ausgesagt. Noch gravierender ist dasselbe bei abstrakten Sachverhalten wie z.B. „ $A=A$ “, hier wird von nichts ausgesagt, denn „ A “ ist mit nichts verknüpft, „ A “ ist leer oder, frei nach Hegel, in dieser Inhaltslosigkeit (Abstraktion) ist Sein und Nichts dasselbe.

Wenn also innerhalb eines logischen Systems scheinbar der Beweis der Existenz Gottes erbracht werden kann, stimmt dann das logische System nicht, oder verstehen wir das logische System nicht richtig?

Die natürliche Sprache ist Beschreibung von etwas Gedachtem. Sie kommt dem Gedachten schon sehr nahe, erreicht es in seiner Totalität aber nicht. Wäre dem so, gäbe es die Literatur, die Kunst usw. in dieser Form nicht, denn jene versuchen u.a. etwas auszudrücken, was in sprachlich direkter Form gar nicht oder nur schwer ausdrückbar ist. Die natürliche Sprache präzisiert den Gedanken und geht insofern eine Wechselwirkung mit dem Denkenden ein. Da die natürliche Sprache aber immer noch unpräzise und uneindeutig ist, erfand man formale Sprachen. Die älteste dieser formalen Sprachen ist die Mathematik. In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts kamen dann formallogische Systeme hinzu. Sie präzisieren die „gedachte Logik“ und vermeiden die Mehrdeutigkeit der natürlichen Sprache, verlieren darüber aber die Totalität des Gedachten, also den Ursprung aller Logik. Ein Beispiel dafür habe ich bereits ausgeführt: Den Satz vom zu vermeidenden Widerspruch des Aristoteles. Formallogisch wird dieser Satz meistens so dargestellt:

$$\neg(A \wedge \neg A)$$

was soviel bedeutet, dass es nicht der Fall ist („ \neg “), dass die Aussage A zutrifft und („ \wedge “) dass die Aussage A nicht („ \neg “) zutrifft. Das steht aber gar nicht an der bezeichneten Textstelle bei Aristoteles, seine betreffende Aussage ist umfassender, z.B. so wie ich sie in Bezug auf die Logik und Gott angewandt habe. Die formale Logik schränkt den Satz auf Aussagen ein, er gilt, so wie er im Kontext der Metaphysik da steht, aber für die Totalität alles inhaltlich Gedachten. Das ist nicht dasselbe.

Es gibt noch einen weiteren Bereich, außerhalb des Gottesbegriffes, innerhalb dessen der Satz vom zu vermeidenden Widerspruch nicht anwendbar ist. Es handelt sich um vollkommen inhaltsleere rein formale Ausdrücke. Wenn ich sage „Dieser Satz ist falsch“, oder wenn ich auf ein Blatt Papier schreibe: „Der Satz auf der anderen Seite ist richtig“ und auf die Rückseite schreibe: „Der Satz auf der anderen Seite ist falsch“, erhalte ich angeblich ein Paradoxon bzw. ein prinzipiell nicht beweisbaren Ausdruck. Dem ist nicht so. Der Satz vom zu vermeidenden Widerspruch setzt einen Inhalt voraus. Etwas kommt etwas anderem zu oder nicht zu. In Wahrheit wird in Folge solcher formallogischer Konstrukte aber gar nicht etwas etwas anderem zugewiesen oder nicht zugewiesen. Vielmehr wird nichts nichts zugewiesen. Wenn aber in gleicher Hinsicht nichts nichts zugewiesen und nicht zugewiesen wird, dann entsteht kein Widerspruch, das logische Konstrukt ist einfach nur sinnlos. Man könnte nun dagegenhalten, dass diese Arten von logischen Konstrukten gar nicht inhaltslos wären, so hat doch beispielsweise der Satz auf der einen Seite des Blattes den Satz auf der anderen Seite zum Inhalt und umgekehrt. Das kann man schon so sehen, nur spielt das keine Rolle. Die Sätze auf den beiden Seiten des Blattes verweisen inhaltlich nämlich wechselseitig auf den jeweils anderen Satz. Damit unterscheiden sie sich nur semantisch aber nicht inhaltlich, sie sind inhaltlich identisch. Infolgedessen fehlt die nötige Zweiheit bzw. Vielheit, die notwendig ist, um überhaupt den Satz vom zu vermeidenden Widerspruch anwenden zu können, wie ich vorhin schon gezeigt habe. Die formale Logik führt sich an dieser Stelle selbst ad absurdum. Damit keine Missverständnisse aufkommen: Die formale Logik hat ihre Berechtigung. Es ist beispielsweise

unmöglich ohne formale Logik ein nicht – triviales Computerprogramm zu erstellen. Ich komme nun auf Gödels modallogischen Gottesbeweis zurück. Gödel hat ihn als kompakten Formalismus niedergeschrieben, in die natürliche Sprache übersetzt lautet er etwa so:

Erstes Axiom. Jede Eigenschaft ist entweder positiv oder negativ

Zweites Axiom. Was eine positive Eigenschaft notwendig einschließt, ist selbst eine positive Eigenschaft:

Definition »göttlich«. Etwas ist dann göttlich, wenn es alle positiven Eigenschaften besitzt.

Drittes Axiom. Göttlichkeit ist eine positive Eigenschaft

Erster Satz. Positive Eigenschaften sind konsistent:

Korollar zum Ersten Satz. Ein göttliches Wesen ist möglich

Viertes Axiom. Positive Eigenschaften sind notwendig positiv

Definition „wesentliche Eigenschaft“:

Eine Eigenschaft eines Wesens ist wesentlich, wenn alle weiteren Eigenschaften dieses Wesens daraus notwendig folgen.

Zweiter Satz. Göttlichkeit ist eine wesentliche Eigenschaft

Korollar zum Zweiten Satz. Es gibt notwendig höchstens ein göttliches Wesen

Definition »notwendige Existenz«. Etwas existiert genau dann notwendig, wenn alle seine wesentlichen Eigenschaften notwendig instantiiert sind

Fünftes Axiom. Notwendige Existenz ist eine positive Eigenschaft

Dritter Satz: Wenn die Existenz eines göttlichen Wesens möglich ist, dann ist sie notwendig

Korollar zum Dritten Satz. Es gibt notwendig genau ein göttliches Wesen

Gödel versucht zunächst zu beweisen, dass ein göttliches Wesen möglich ist. Das mag manchem müßig erscheinen, warum soll ein göttliches Wesen nicht möglich sein? Wie ich gleich zeigen werde, ist die Sache so einfach aber nicht. Wenn man einen ontologischen Gottesbeweis führen will, kann man dies über ein fiktives „Sein“ versuchen, so wie Anselm und einige andere das getan haben. Man kann aber auch mit der Art und Weise, wie sich dieses gedachte „Sein“ zu uns und zur Welt in Beziehung setzt, argumentieren. Also mit den Eigenschaften Gottes. Gödel führt als erstens den Begriff der „positiven und negativen Eigenschaft“⁵ ein. „Positiv“ ist eine Eigenschaft dann, wenn sie keine Negation enthält. Um die Intention dieses Unterfangens zu verstehen, machen wir einen Ausflug in die klassische christliche Theologie. Gott wird hier als ein perfektes Wesen aufgefasst, das alle als positiv (jetzt im umgangssprachlichen Sinne) empfundenen Eigenschaften in ihrer höchstmöglichen Form besitzt, Gott ist das barmherzigste und das gerechteste Wesen über das hinaus nichts Barmherzigeres und Gerechteres gedacht werden kann. Nur scheint sich das nicht zu widersprechen? Wie kann man z.B. im höchsten Maß gerecht und zugleich barmherzig sein? Jedem noch so „bösen“ Menschen vergeben und gleichzeitig gerecht gegenüber den „Guten“ sein, wie passt das zusammen? Ferner, umfasst Gott als unendliches Wesen nicht auch das Böse? Solche Widersprüche kann man auf zweierlei Weise aufheben. Einmal kann man als positiv empfundene Eigenschaften absolut setzen und ihre Negation als reinen Mangel an dieser definieren. Z.B. wenn Gott die Liebe ist, dann ist Hass ein Mangel an Liebe und das Böse lediglich ein Mangel an Gutem. Das ist natürlich nichts weiter als ein logischer Trick, schließlich ist der Mangel an Liebe nicht Hass sondern Gleichgültigkeit. Zweitens kann darauf verwiesen werden, dass in Gott in einer für den Menschen nicht verstehbaren Weise alle Widersprüche aufgehoben seien. Gödel geht nun einen anderen Weg. Er definiert rein formal alle Eigenschaften als positiv (enthält keine Negation) oder als negativ (enthält Negation). Dabei ist es schwierig, ein Beispiel für eine positive Eigenschaft anzugeben, es gibt sie (fast) nicht. Manchmal wird in der Literatur die Selbstidentität als Beispiel

5 Diese Begrifflichkeit stammt ursprünglich von Leibniz

für eine positive Eigenschaft genannt (also $A = A$). Diese enthält schließlich keine Spur einer Negation. Meiner Meinung nach ist das aber unzutreffend, denn wie gezeigt, handelt es sich hierbei weder um ein analytisches noch um ein synthetisches Urteil, es ist überhaupt kein Urteil, beide Seiten der Aussage sind identisch und damit leer, in dem Sinne, dass inhaltlich nichts ausgesagt wird. Das kann man innerhalb eines formallogischen Systems schon machen, allerdings sollte klar sein, dass der Zweck dieses Unterfangens dann irgendwo in sich selbst zu verorten ist.

Gödel beweist nun, dass die Existenz Gottes nicht nur irgendwie möglich, sondern notwendig möglich ist. Damit hat er dann die Existenz Gottes selbst bewiesen, denn wenn es notwendig möglich ist, dass Gott existiert, dann ist die Aussage „Es ist möglich, dass Gott nicht existiert“ falsch. Wenn es gelingt die Möglichkeit zu beweisen, einen Beweis für die Existenz Gottes zu finden, dann ist es unmöglich einen Beweis für die Nichtexistenz Gottes zu finden. Das ist im Kern das Prinzip des Gödelschen Gottesbeweises. Dazu beweist er, dass in Gott alle Eigenschaften in ihrer höchstmöglichen Ausprägung koexistent sein können, ohne sich gegenseitig zu widersprechen. Allerdings verzichtet Gödel nicht nur darauf zu definieren, was denn eine Eigenschaft sein soll, er vermeidet es auch den Existenzbegriff umfassend zu definieren. Gödel definiert nur rein formal, was unter „notwendiger Existenz“ zu verstehen ist. Er versucht lediglich die Existenz eines Wesens zu beweisen, dass nur einem Teil unseres definierten Gottesbegriffes entspricht (ein Wesen, über das hinaus nichts Größeres gedacht werden kann). Das Verb „Existieren“ hat zwei Bedeutungen. Einmal versteht man mit dem Existenzprädikat etwas, das es „irgendwie“ gibt, wie z.B. die natürlichen Zahlen. Ich nenne diesen Existenzbegriff „imaginäre Existenz“, also eine Bezeichnung für etwas, von dem wir uns nur vorstellen, dass es selbiges irgendwie gibt, aber von dem wir weder direkt noch indirekt empirisch affiziert werden können. In dieser Weise verwendet Gödel den Existenzbegriff. Für die eingangs erwähnten Religionen existiert Gott in der zweiten Bedeutung des Begriffs „Existenz“. Hier wird unter „existieren“ etwas verstanden, von dem eine Wirkung ausgeht, dies nenne ich reale Existenz. Alles was real existiert, existiert deswegen, weil es in eine direkte oder indirekte Wechselwirkung mit uns tritt. Auch Gedanken sind in diesem Sinne real existent. Der Gott der großen Religionen wirkt in der Welt, er wird als real existent gedacht.

Kommen wir nun zum 5. Axiom. Hier wird Existenz als Eigenschaft definiert. Was ist nun eine Eigenschaft? Eine Eigenschaft ist die Abstraktion der Art und Weise wie etwas in Relation zu etwas anderem tritt. Deshalb kann Existenz niemals eine Eigenschaft sein. Welche Relationen sollen den von „Existenz“, also von der Vorstellung, dass es etwas gibt, ausgehen? Der Begriff der Existenz ist relationslos, Relationen gehen diesbezüglich nur von Eigenschaften aus. Wenn ich z.B. sage, es gibt „X“, dann habe ich immer noch keine Beziehung zu „X“, ich muss erst die Eigenschaften von „X“ benennen: „X“ ist gelb, metallisch, wertvoll usw. Auch die Definition der Notwendigkeit als Eigenschaft ist äußerst problematisch. Urteile über „Eigenschaften“ sind im empirischen Kontext entweder synthetische oder analytische Urteile a posteriori (Gold ist ein schweres bzw. gelbes Metall), oder, wenn es sich um abstrakte nicht empirische Urteile handelt, analytische Urteile a priori (z.B. die Eigenschaften einer mathematischen Funktion). Das liegt daran, dass unser Verstand „Eigenschaften“ den Dingen selbst zuordnet. Bei synthetischen Urteilen a priori ist das nicht der Fall. Ein synthetisches Urteil a priori lautet z.B.: „Die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten ist eine Gerade“. Selbiges ist aber weder eine Eigenschaft der beiden Punkte, noch eine Eigenschaft der Geraden, es ist überhaupt keine Eigenschaft. So mag vielleicht die Aussage „Gold ist notwendig ein gelbes Metall, weil (es folgt eine quantenphysikalische Begründung)“ vielleicht den Anschein eines synthetischen Urteils a priori haben (wegen der Notwendigkeit der gelben Farbe), in Wahrheit ist es aber ein analytisches Urteil, hervorgegangen aus einer quantenphysikalischen Theorie. Das vierte und das fünfte Axiom beziehen sich auf Eigenschaften und sind synthetische Urteile a priori, denn sie verknüpfen Notwendigkeit mit Eigenschaften. Diese Notwendigkeit ist aber nicht von etwas Übergeordnetem abgeleitet (wie das Beispiel mit der notwendigen gelben Farbe des Goldes), sondern die Notwendigkeit der Aussage ist apriorisch und synthetisch gesetzt. Damit widersprechen die beiden Axiome den eben gemachten Ausführungen. Man mag nun einwenden, dass man innerhalb eines formallogischen Systems die Begriffe definieren kann wie man will, allerdings wird das logische Konstrukt dann zum reinen

Selbstzweck, denn wenn man etwas beweisen will, das dem natürlichen Denken entspringt, von dem wir also eine Vorstellung haben, dann müssen auch die gesetzten Definitionen diesem entsprechen.

Gödel beweist also in Wahrheit überhaupt nicht die Existenz eines realen Gottes, sondern lediglich die imaginäre Existenz eines Gottes innerhalb eines bestimmten formallogischen Systems. Mit der realen Existenz Gottes, so wie sie für gewöhnlich gedacht wird, hat das alles nichts zu tun.

Falls man nun der Meinung ist, Gödel habe doch die Existenz eines Gottes bewiesen, um welche Art von „Gott“ handelt es sich aber dann? Gödel sucht den Beweis der Existenz Gottes über die Eigenschaften dieses Gottes zu erbringen. Diese Eigenschaften dürfen keine Negation enthalten. Es ist nun so, dass jede Eigenschaft, die eine Bedeutung für uns hat, notwendig Negation enthält. Etwas enthält nur Bedeutung, indem es anderes negiert. Die Eigenschaften des Goldes haben z.B. ihre Bedeutungen nur, indem die gelbe Farbe andere Farben ausschließt. Wäre dem nicht so, wäre es farblos. Gold ist nur deswegen wertvoll, weil es selten ist und die Menschen es schätzen. Dieses wiederum negiert anderes, das oft vorkommt bzw. das Menschen nicht schätzen. Wir müssen also nach Eigenschaften suchen, die keine Bedeutung haben. Zahlen haben z.B. keine Bedeutung und enthalten, wenn es sich um eine natürliche oder um eine rationale Zahl handelt, keine Negation, insofern jede dieser Zahlen alle anderen Zahlen enthält oder ein Teil von diesen ist. Trotzdem sind diese Zahlen „eigenschaftsartig“, denn sie haben Relationen zueinander, jede natürliche oder rationale Zahl steht in Relation zu allen anderen rationalen und natürlichen Zahlen.

Computer arbeiten ausschließlich mit Zahlen, entweder natürlichen Zahlen (Integer) oder rationalen Zahlen (Fließkommazahlen). Alles jenseits der Hardware eines Computers ist Zahl und diese Zahlen haben für den Computer selbst keinerlei Bedeutung. Ist der Gödelsche Gott also eine Art Computer, der laufend die Welt berechnet, diese für ihn aber gar keine Bedeutung hat? Aber hinkt diese Vorstellung nicht etwas: Jeder Computer braucht notwendig einen Befehlssatz (nebst einer Logik, wie er damit umgehen muss), der selbst aus Zahlen besteht. Hat dieser Befehlssatz für den Computer selbst eine Bedeutung und enthält dieser Befehlssatz Negation? Die Antwort ist nein, denn der Befehlssatz lässt sich einfach so definieren bzw. einschränken, dass jeder Befehl sich in seiner größten denkbaren Mächtigkeit mit jedem anderen Befehl in seiner größten denkbaren Mächtigkeit verträgt. Z.B. verträgt sich ein Sprungbefehl, so groß der Sprung auch sein möge, mit jedem logischen Befehl. Wenn man es will, kann man sich den Gödelschen Gott also als großen Weltcomputer vorstellen, mit Naturgesetzen und Naturkonstanten als Befehlssatz sowie Energie und Materie als Daten. Dieser Computer steht allerdings nirgends, er existiert nicht real, sondern nur imaginär. Man kann nicht die rote Pille schlucken, wie im Film „Matrix“, um dann die eigentliche Realität zu erfahren, es gibt diese nicht, es gibt nur die jeweils erlebte oder vorgestellte Realität.